

「多体問題教科書3部作」高田康民

朝倉物理学大系に寄与する形で、私は1999年、2009年、そして、2019年と10年おきに多体問題に関するそれぞれ約400ページの教科書3冊を執筆した。この3部作を書き上げる際の基本指針は第1巻「多体問題」の前書きに詳しく述べたが、幸いにも読者諸氏がその基本

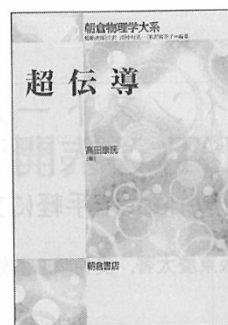


方針を支持してくれたお蔭で、第1巻、第2巻共に多くの版を重ねることが出来た。また、昨年出版した第3巻「超伝導」も既に2版になり、また、「数理科学」や「日本物理学会誌」の書評欄にも好意的に取り上げられた。ここでは、これからこの教科書3部作を通して多体問題を勉強しようと志す学生諸君を念頭に置き、前書きでは触れなかったが、読み進める上で役立つと思われる事柄を幾つか付け加えておこう。

- 1) 各自が独習で読み進められるように、出来るだけ丁寧に数式の導出を行った。その際、必要になる数学上の知識は大学教養課程で学ぶ線形代数や複素解析などの基礎的なものに限るように配慮した。この丁寧な導出があるので、他の代表的な教科書（例えば、第1巻でいえば、アブリコソフ・ゴルコフ・ジャロシンスキー「統計物理学における場の量子論の方法」、第3巻でいえば、シュリーファー「超伝導理論」）を読み進む上で大きな障害になっている極度に簡略化された導出だけで提示される重要な数式が、この教科書では詳細に、かつ、物理的な意味や背景を明確にしながらかつ解説される。この意味で、この教科書3部作は、各分野でのこれらの代表的な教科書を読む上での参考書としての役割も担っているといえる。
- 2) 多体問題に入門するにはまだ敷居が高いと感じている学生には、第1巻を読む前に、阿部龍蔵著「統計力学」（1966年東大出版会）を読まれることをお勧めする。この本は約170ページの薄い本であるが、教養学部で学ぶ物理から多体問題の物理に進むよい橋渡しになると思われる。実際、私が第1巻を書く際の“裏の動機”の一つは、この阿部の教科書の次の段階で読むべき代表的な教科書を書いて、実際の理論研究の上でも大いに役立つノウハウ（知識や技術）を与えようというものであった。
- 3) このような理論技術的な側面だけでなく、重要な物理概念（例えば、第1巻ではフェルミ流体、第3巻では断熱近似やポーラロン、特に、その強弱両結合領域での描像の違い）を重層的な観点から丁寧に説明して、実験物理学を目指す学生にも他の教科書では得がたい有益な情報が得られるように意を注いだ。また、新奇の物理理論や数値手法の開発研究に際して直面する様々な困難とその克服についても、私自身の経験（全3巻にわたって開示したEPX法や自己エネルギー改訂演算子理論、GWT法などの種々の新手法開発）や指導を受けた各先生方からの授かった薫陶（第1巻では局所場補正の概念とその明確な提示法、第2巻では密度汎関数理論（DFT）の発想とその後の進展手順、第3巻では密度汎関数超伝導理論の開発）を基にして、出来る限り具体的に例示することによって、学生諸氏が将来立ち向かうであろう研究上の困難を克服する上で何らかの発想上のヒントが得られるようにとの配慮をしながら解説した。
- 4) 第2巻では、専門化・細分化が日々進行する物性理論という学問領域において、DFTを基礎にして大規模数値計算を用いて物質科学と密接につながっている分野、多体理論の中核であるグリーン関数法とそれを用いて電子相関を研究する分野、そして、1次元モデル系を中心にベータ仮説法などを用いて解析的厳密解を求める分野という大きく異なる3つの研究領域を一つの教科書の中で取り扱うことによって、物性理論全体を統合的な観点から俯瞰するという視点を養うことを狙った。
- 5) 第3巻で取り扱った事柄の多くは、それらの重要性にもかかわらず、多くは今後の研究を待つものである。いいかえれば、これらは学生諸氏の今後の活躍が大いに期待される重要な課題が提示されていることを意味していて、それゆえ、第3巻は単に勉強の材料としてだけでなく、将来の研究を発想していく際の大きな糧になることを願って書いたものである。

超伝導

高田康民著, A5判, 424頁, 本体7600円, 朝倉書店



超伝導は多電子問題の華として固体電子論の重要なテーマがすべて絡んだ問題であるとともに、電気抵抗が消滅するというその劇的な現象と豊富な物性・物質、応用への期待などから多くの研究者を惹き付けて已まない分野である。超伝導に対してはGL理論やBCS理論が基本的な枠組みとして存在しており、それを勉強するのが通常のコースであるが、本書はそのようなありきたりの記述ではなく、基本から説き起こして電子と原子の量子多体系としての側面を丁寧に吟味しながら近似の意味や限界をおさえつつ理論を構築していく醍醐味が味わえるようになっていく。この手順を踏むことで、はじめてBCS理論の位置付けとそれを超えてゆく際に必要な要素が理解できるであろう。

本書は「1. 電子フォノン複合系」、「2. 超伝導研究の歴史とBCS理論」、「3. 超伝導機構の微視的機構とその転移温度の第一原理計算」の3部からなる。第1部ではまず水素原子、水素分子を例にとり、電子と原子の多体問題が「断熱近似」という観点から詳述される。断熱近似と一言で言ってもその内容は単純なものではなく、電子質量と原子質量の比 m/M の展開として見たときにどのような補正項が現れるか、電子相関の役割は何か、など多くの非自明な問題が潜んでいる。この問題は水素分子における化学結合の本質は何かという重要な問題に直結しており、その描像が m/M の比に応じて変化していく様子が記述される。この議論の後に、結晶格子を組んだときの原子系の運動が格子力学として定式化され、次に電子フォノン相互作用が導入される。その上で、電子のポーラロン問題がかなりのページ数を割いて最近の成果まで含めて解説される。次に2電子のバイポーラロン問題に進み、束縛状態の有無が議論される。ここで、水素分子の問題との類似性が指摘されているが、同時にクーパー対の形成とも密接に関係している。第1部の1.5節では格子上の多ポーラロン問題として電子間斥力のハバード相互作用とオンサイトの電子格子相互作用の双方を含むハバード-ホルスタインモデルの解析を行い、電荷密度波とスピン密度波の中間状態としてポーラロン金属相が現れることが示されている。最後には軌道縮退系にお

けるヤーン-テラー効果のあるポーラロン問題が扱われている。このように超伝導の教科書でポーラロン問題をこれだけ詳細に検討しているのは類書にはない本書の特徴と言え、新しい知見を随所に得ることができた。続く第2部は超伝導の教科書として標準的な内容に対応しているが、重い電子系、分子性有機導体、銅酸化物、鉄系超伝導体、などの代表的な超伝導体が T_c/E_F の比をキーワードとして概観されている点が新しい。続く第3部では現在の研究の最前線が述べられている。まずミグダル近似が議論された後に強結合理論であるEliashberg理論が導入される。ここで電子間斥力を表す μ^* の問題が基礎から説き起こされ相互作用する多電子・多原子の量子多体系としての扱いがどのような条件下でEliashberg理論へと帰着されてゆかが丁寧に解説される。その上で、第一原理計算とEliashberg理論を用いた MgB_2 の T_c 研究が紹介されている。そして、Eliashberg理論とMacMillanの T_c 公式の問題点が指摘され、続く G^0W^0 近似に依る T_c の決定へとつながる。そしてワード-高橋恒等式を満たすように定式化されたGISC法と G^0W^0 近似による T_c の計算がほぼ一致することが示される。さらに $SrTiO_3$ やグラファイト層間化合物の超伝導に G^0W^0 近似を適用し定量的にも良い一致が得られている例が示される。その後にグリーン関数法とは異なるアプローチとして密度汎関数法を超伝導状態へ拡張する試みについてその現状と展望が著者の視点からまとめられている。

本書を読み進むうちに読者は量子多体系の物理の豊富さ、難しさ、素晴らしさを堪能できるであろう。教科書は偏らずに客観的であることが要求される一方、著者の個性がおのずとにじみ出るものでないと魅力が半減するであろう。その意味で、本書は著者の長年の研究の歴史を色濃く反映しておりその哲学が静かにしかし強く伝わってくる良書である。特に若い人に著者のライフワークの集大成とも言える関連書『多体問題』、『多体問題特論』と本書を合わせて読んでいただきたいと思う。

永長直人 (理化学研究所, 東京大学大学院工学系研究科)

高田康民

超伝導

朝倉書店, 東京, 2019, viii+411p, 21×15 cm, 本体7,600円(朝倉物理学大系22)

[大学院・専門向]

ISBN 978-4-254-13692-0

酒井志朗 (理研)



本書は、同著者による『多体問題』(朝倉物理学体系9, 1999年刊), 『多体問題特論』(同15, 2009年刊)に続く固体電子論に関する著作であり, タイトルの通り主題は超伝導である。本書の

内容は前巻の前書きにおいて既に予告されており, 前二巻のファンにとっては待望の書と言える。また, 前著『多体問題』の前書きで著者は, 多体問題を扱った数多の名著が既にある中で新

著を世に出すからには著者独自の観点・世界観の発露が必要という趣旨のことを述べており, 本書でも随所にその意思が感じられる。

超伝導理論に関する書籍として本書を特徴づけるのは, 現実の超伝導体の「定量的」な記述を目指して理論が展開されている点である。定量的な理論の出発点は原子核と電子から成る多体系の第一原理ハミルトニアンであり, これに立脚して多電子-多原子核状態を高精度に計算することが求められる。そのためには原子核の種類や位置, フォノンモード, あるいは電子軌道・スピンといった様々な自由度を考慮する必要があるが, 本書ではその点が煩雑になり過ぎないように工夫されながらも丁寧に書かれている。これはかなり根気のいる作業であり, 著者の読者への細やかな配慮が感じられる点である。

理論構築における本質的問題は, 電子-フォノン相互作用と電子-電子相互作用の取り扱いである。従来型超伝導体と呼ばれる多くの超伝導体では前者がクーパー対形成の主因であるが, 定量性を担保するためには後者も精度よく取り入れる必要がある。前二巻で

はこれらの相互作用を取り入れるための電子状態計算の理論手法が詳しく解説されてきた。

本書の第一章もこの観点, 特に電子-フォノン相互作用の記述という観点から, 断熱近似やフォノンの第一原理計算, ポーラロンの物理について詳しい解説がなされている。現実的な多電子-多原子核複合系を扱うには数値計算に頼らざるを得ないが, その計算結果について直感的な理解を得るために, 1サイト問題や2サイト問題, 1電子系, あるいは断熱極限・反断熱極限といった解析的に議論できる極限的な状況で何が起こるかをまず抑え, その範囲で理解できる振る舞いとそれ以外の振る舞いに分けた丁寧な説明がなされている。

第二章は, 超伝導物性や, 銅酸化物・鉄系超伝導体といった非従来型も含む様々な超伝導物質について主要な実験結果や理論についての概観を与えたあと, 従来型(フォノン媒介)超伝導体の説明に成功した Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理論について詳しく記述されている。現代の物性物理学における超伝導研究の概観を得たい読者

はこの章から読み始めるのも一手であろう。著者の深い洞察に基づいて一つの結果が多角的に解説されているため, 既に一通りBCS理論を学んだ読者にとっても有益な章である。

これら二章及び前二巻を踏まえた第三章は, フォノンのダイナミクスを取り入れたエリアシュバーク理論の解説に始まり, これを超えてより完全な第一原理的(現象論的パラメータを含まない)超伝導理論を構築する試みとその応用例が述べられている。電子相関が弱い従来型超伝導体についてはこの試みは成功しつつあるが, 高温超伝導体を含む強相関超伝導体の記述は未解決のまま残されている。前巻刊行後の10年ほどで, 2次元物質, トポロジカル物質, あるいは高圧下水素化物などの新たな文脈で, 従来型超伝導体の定量的理論の構築は益々重要性を増している。本書は, この理論の汎用・精密化, あるいはこれを超えた強相関超伝導体の理論を研究する大学院生・研究者にとって, 大変学ぶところの多い良書である。

(2019年12月31日原稿受付)

新著紹介「超伝導」 著者 酒井志朗 日本物理学会誌 2020年75巻7号 ページ: 456-457

Reproduced with permission from Ref. 80-002. (c) 2000

一般社団法人 日本物理学会